

CORRIGE CNC 2003

Question 1-1: Déterminer V_y en fonction de ω_1 ; AN; représenter $\vec{V}_{A \in 4/0}$

* $\vec{V}_{F \in 4/0} = V_y \cdot \vec{y}$

le pas est p, et le sens de l'hélice du filetage est à droite.

$$\vec{V}_{F \in 4/1} = \frac{p}{2\pi} \cdot \vec{\Omega}_{4/1}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{F \in 4/0} - \vec{V}_{F \in 1/0} = \frac{p}{2\pi} (\vec{\Omega}_{4/0} - \vec{\Omega}_{1/0})$$

$$\vec{V}_{F \in 4/0} = -\frac{p}{2\pi} \vec{\Omega}_{1/0}$$

$$V_y \cdot \vec{y} = -\frac{p}{2\pi} \omega_1 \cdot \vec{y} \Rightarrow$$

$$\boxed{V_y = -\frac{p}{2\pi} \omega_1}$$

* AN $\underline{V_y = 0,015 \text{ m/s}}$

* $\vec{V}_{A \in 4/0} = \vec{V}_{F \in 4/0} = V_y \cdot \vec{y}$ (4/0 : translation de direction \vec{y})

→ représentation graphique DR1.

Question 1-2: ? trajectoire du pt C $\in 3/0$, déduire le support de $\vec{V}_{C \in 3/0}$.

* le mouvement de 3/0 est une rotation de centre B.

→ trajectoire de C → cercle $\mathcal{C}(B, BC)$ de rayon BC

* $\vec{V}_{C \in 3/0}$: tangente à cette trajectoire en C ou \perp à BC en C.

Question 1-3: Déterminer graphiquement $\vec{V}_{C, 3/0}$ et $\vec{V}_{D, 3/0}$.

* $\vec{V}_{C, 3/0} = \vec{V}_{C, 2/0}$ (articulation entre 2 et 3 enc).

* Pour le solide 2 on a l'équiprojectivité

$$\vec{V}_{C, 2/0} \cdot \vec{AC} = \vec{V}_{A, 2/0} \cdot \vec{AC}$$

→ tracage voir doc DR1

→ mesure → échelle → $\boxed{\|\vec{V}_{C, 3/0}\| = \|\vec{V}_{C, 2/0}\| = 10 \text{ mm/s}}$

* triangle des vitesses : 3/0 : rotation de centre B

→ tracage → DR1 → mesure → $\boxed{\|\vec{V}_{D, 3/0}\| = 20 \text{ mm/s}}$

Question 1-4: relation entre : $\vec{V}_{D \in 3/0}$, $\vec{V}_{D \in 3/5}$, $\vec{V}_{D \in 5/0}$.

Composition des vitesses: $\boxed{\vec{V}_{D \in 3/0} = \vec{V}_{D \in 3/5} + \vec{V}_{D \in 5/0}}$

3/0 : rotation de centre B

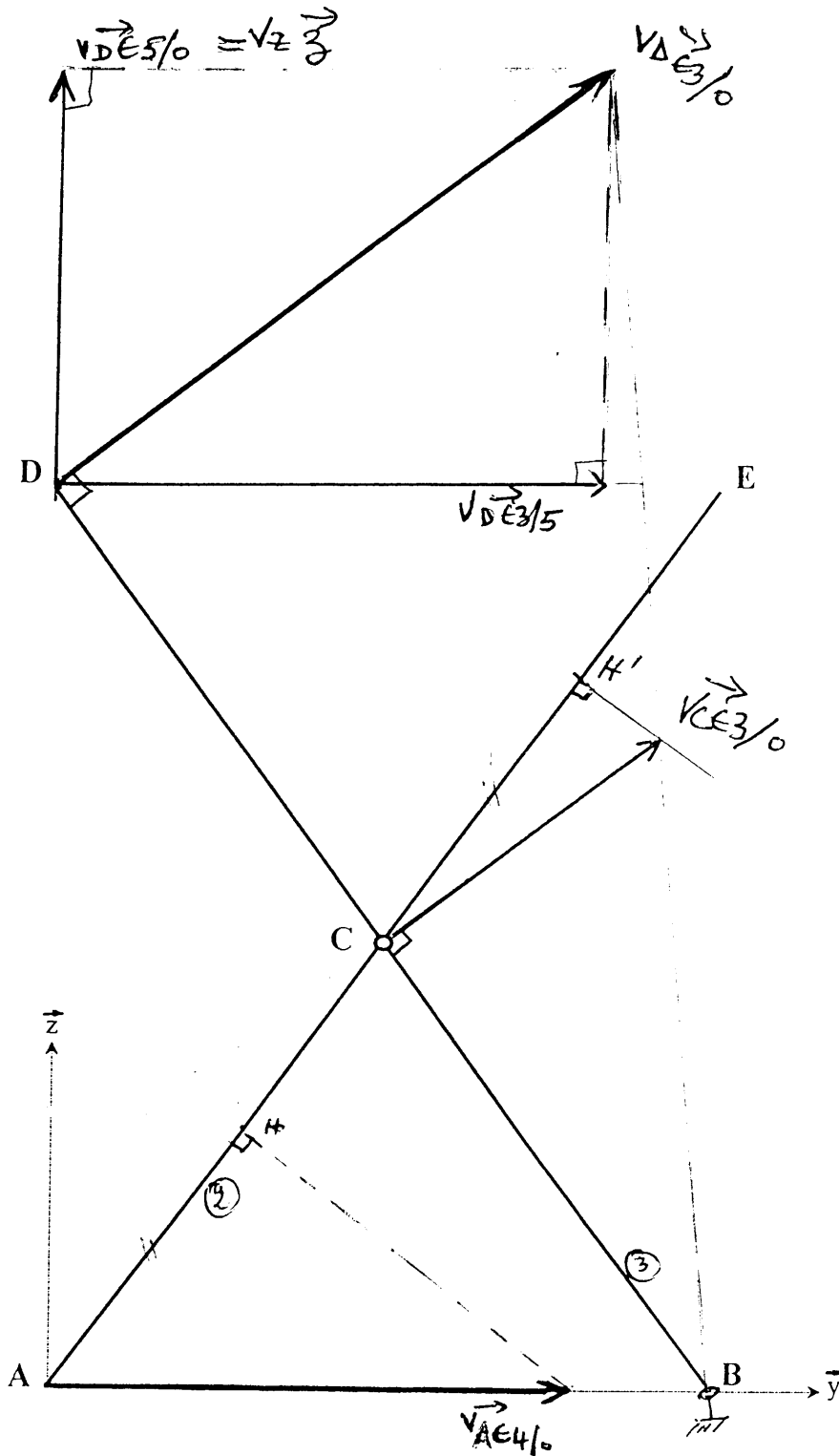
3/5 : translation de direction \vec{y} (contact. ponct. \rightarrow glissement en D)

5/0 : translation de direction \vec{z} .

Question 1-5 : Determiner v_2 . ($v_2 = \|\vec{v}_{D,5/0}\|$).

tracage $3R_1 \rightarrow$ mesure \rightarrow $v_2 = 12 \text{ mm/s}$

DOCUMENT-REPOSE DR1

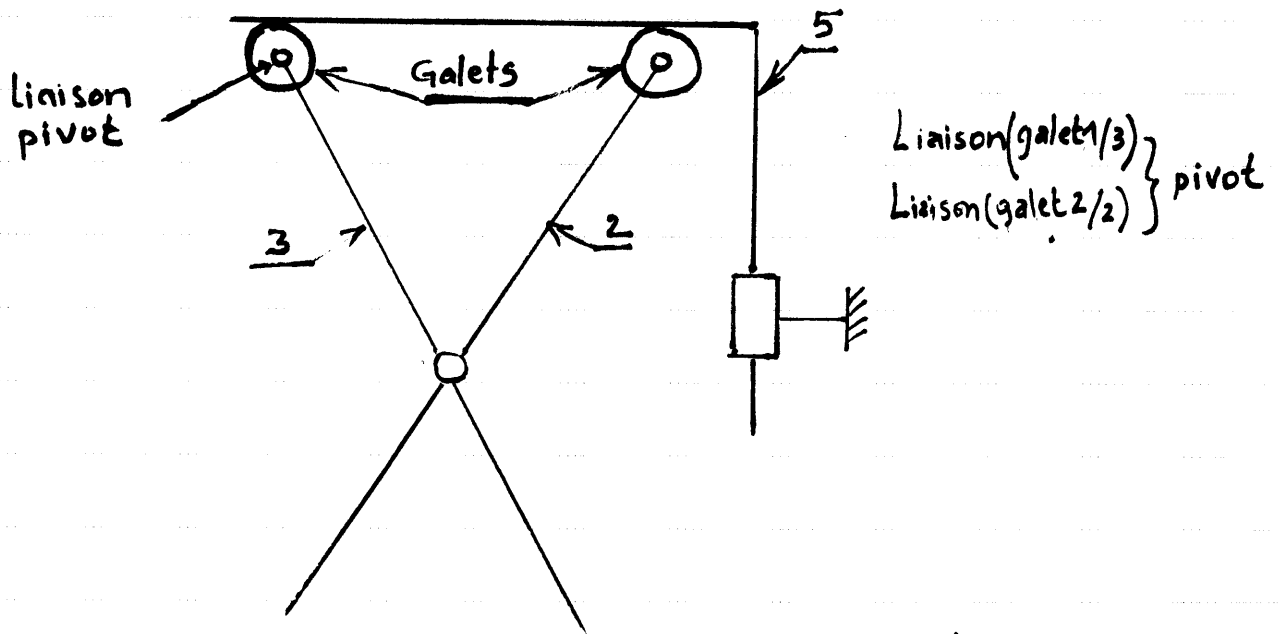


Nota : ne pas inscrire votre nom ou tout signe pouvant identifier votre copie

Echelle : 5mm \rightarrow 1 mm.s⁻¹

Question 2 : proposer une solution permettant d'éviter les pertes dues au glissements en D et E.

La solution est de remplacer le glissement par le roulement : on ajoute des galets.



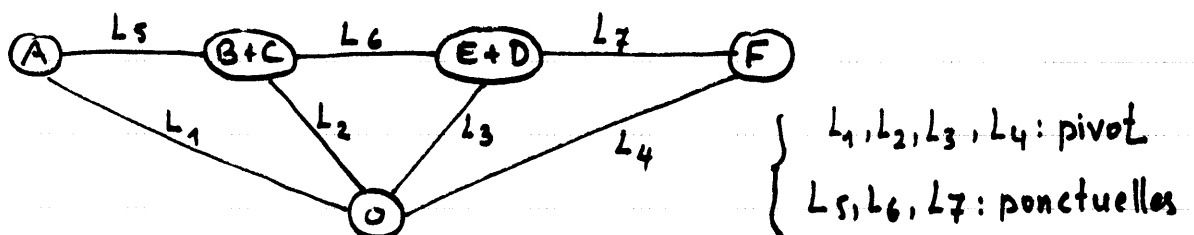
Question 3 : fig 4, évaluer la loi entrée / sortie $w_m = f(w_1)$, w_m ?

→ c'est un réducteur simple car tous les axes des roues sont fixes par rapport au bâti.

$$\frac{w_1}{w_m} = - \frac{z_A \cdot z_c \cdot z_E}{z_B \cdot z_D \cdot z_F} \Rightarrow w_m = - w_1 \cdot \frac{z_B \cdot z_D \cdot z_F}{z_A \cdot z_C \cdot z_E}$$

d'où AN. $w_m = 163,36 \text{ rd/s}$

Question 4.1 : graphe de structure ?



Question 4.2 : évaluer la mobilité cinématique

! les liaisons ponctuelles sont en R.S.G. ($m_i = 0$)

une seule loi d'entrée / sortie → $m_u = 1$

→ $m_c = 1$

Question 4.3 : évaluer h.

$$h = N_s + m - 6n = 23 + 1 - 24 = 0.$$

→ système isostatique.

Question 5-1: Relation entre f_0 , f_t et μ ?

Limite du glissement (ou glissement) → $|f_t| = \mu \cdot |f_n| = \mu |f_0|$
 $f_n > 0$ et $f_t > 0$ → $f_t = \mu \cdot f_0$

Question 5-2. Exprimer C_{tr} en fct de (f_0, μ, \dots)

$$C_{tr} = \vec{y} \cdot \vec{T}_{0,1}(1 \rightarrow 4) = \vec{y} \cdot \int_{D_1} \vec{m} \wedge \vec{f}(m) \cdot ds \text{ et } ds = \frac{D_1}{2} \cdot d\theta \cdot dy$$

$$\downarrow$$

$$= \vec{y} \cdot \int (y \vec{y} + \frac{D_1}{2} \vec{n}) \wedge (f_0 \cdot \vec{n} + f_t \cdot \vec{t}) \cdot \frac{D_1}{2} \cdot d\theta \cdot dy$$

$$= \frac{D_1}{2} \cdot \vec{y} \int (f_0 \cdot y \cdot \vec{t} - y \cdot f_t \cdot \vec{n} + \frac{D_1}{2} \cdot f_t \cdot \vec{y}) d\theta dy$$

$$= \frac{D_1}{2} \int \frac{D_1}{2} f_t \cdot d\theta dy = \frac{D_1^2}{4} \int \mu \cdot f_0 \cdot d\theta dy$$

$$C_{tr} = \frac{1}{4} \cdot D_1^2 \cdot \mu \cdot f_0 \cdot \pi \cdot h_1$$

Question 5.3: Calculer, déterminer f_0 en fonction de T_0 .

T.R.S appliqué à la portion du tapis supposée "solide", en project. sur. \vec{x} .

$$- 2T_0 + \vec{x} \cdot \vec{R}(1 \rightarrow \text{tapis}) = 0$$

$$\downarrow$$

$$= \int \vec{f}(m) \cdot ds = \frac{D_1}{2} \cdot h_1 \int f_0 (\vec{n} + \mu \vec{t}) d\theta$$

$$\downarrow$$

$$= \frac{1}{2} \cdot D_1 \cdot h_1 \cdot f_0 \int (\vec{n} + \mu \vec{t}) d\theta$$

$$\downarrow$$

$$= \frac{1}{2} \cdot D_1 \cdot h_1 \cdot f_0 \int (\cos\theta \vec{z} + \sin\theta \vec{x} + \mu \cos\theta \vec{x} - \mu \sin\theta \vec{z}) d\theta$$

d'où

$$2T_0 = \frac{1}{2} \cdot D_1 \cdot h_1 \cdot f_0 \int (\sin\theta + \mu \cos\theta) d\theta = \frac{1}{2} \cdot D_1 \cdot h_1 \cdot f_0 \left(\underbrace{[-\cos\theta]}_0^{\pi} + \mu \underbrace{[\sin\theta]}_0^{\pi} \right)$$

$$\downarrow$$

$$= D_1 \cdot h_1 \cdot f_0$$

$$T_0 = \frac{1}{2} \cdot D_1 \cdot h_1 \cdot f_0$$

$$f_0 = \frac{2T_0}{h_1 \cdot D_1}$$

Question 5.4 :

- Le constructeur à opter pour ce type (fig 9) pour avoir :
- coefficient de frottement plus grand (bonne adhérence du tapis sur le tambour).
 - stabilité du tapis sur le tambour.

Question 6 : Coordonnées de G_1 (fig 10 - fig 11)

pour des raisons de symétrie ; G_1 est sur l'axe (G_1, \vec{y})
il suffit donc de déterminer y_{G_1} .

$$C_1 G_1 \begin{pmatrix} 0 \\ y_{G_1} \\ 0 \end{pmatrix} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

$$\begin{aligned} (m_{p_1} + m_{p_2}) y_{G_1} &= m_{p_1} \cdot y_{G_{p_1}} + m_{p_2} \cdot y_{G_{p_2}} \\ &= m_{p_1} \left(e_1 + \frac{h_1 - e_1}{2} \right) + m_{p_2} \cdot \frac{e_1}{2} \end{aligned}$$

$$y_{G_1} = \frac{1}{m_{p_1} + m_{p_2}} \left(\frac{m_{p_1}(h_1 + e_1)}{2} + \frac{m_{p_2} \cdot e_1}{2} \right)$$

Question 7 : Calcule le moment d'inertie I_1

$$I_1 = I_{p_1} + I_{p_2} = \left[m_{p_1} \left(\frac{D_1^2}{8} + \frac{(D_1 - 2e_1)^2}{8} \right) \right] + m_{p_2} \cdot \frac{D_1^2}{8}$$

Question 8-1 : Relation entre \dot{x} et ω_1 .

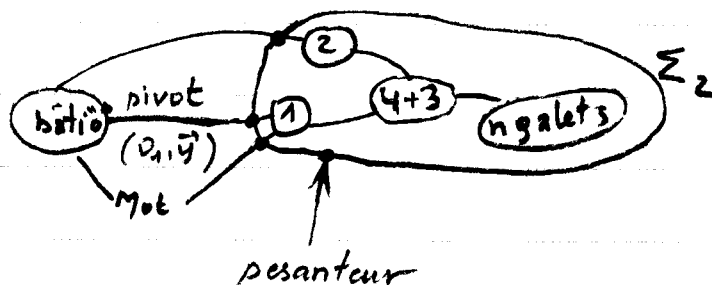
Pas de glissement $\vec{v}_{A_1 \in 4/1} = \vec{0}$

$$\vec{v}_{A_1 \in 4/0} = \vec{v}_{A_1 \in 1/0} \quad \text{Or} \quad \vec{v}_{A_1 \in 4/0} = \vec{v}_{G_1 \in 4/0} = \vec{v}_{G_1 \in 3/0} = \dot{x} \vec{x}$$

$$\text{et } \vec{v}_{A_1 \in 1/0} = \omega_1 \cdot \frac{D_1}{2} \cdot \vec{x}$$

d'où $\dot{x} = \omega_1 \cdot \frac{D_1}{2}$

Question 8-2 : T.E.C à Σ_2 en deduire C_m en $f^{ct}(\omega_1)$.



$$* 2T(\Sigma_2/O) = 2T_{1/O} + 2T_{2/O} + 2T_{3/O} + 2T(n_8/O)$$

$$= I_1 \cdot \omega_1^2 + I_1 \omega_2^2 + m_3 \cdot \dot{x}^2 + n \cdot I \cdot \omega_g^2$$

non glissement du tapis :

$$\rightarrow \omega_1 = \omega_2 \quad (\text{tambours identiques}).$$

$$\rightarrow \frac{\omega_g}{\omega_1} = \frac{D_1}{D_g} = \frac{6 \cdot D_1}{D_1} \rightarrow \omega_g = 6 \omega_1$$

d'où

$$2T(\Sigma_2/O) = 2I_1 \omega_1^2 + m_3 \cdot \dot{x}^2 + n \cdot I \cdot 36 \cdot \omega_1^2$$

$$= 2I_1 \omega_1^2 + m_3 \cdot \omega_1^2 \cdot \frac{D_1^2}{4} + 36 \cdot n \cdot I \cdot \omega_1^2$$

$$2T(\Sigma_2/O) = \omega_1^2 \left(m_3 \cdot \frac{D_1^2}{4} + 2I_1 + 36 \cdot n \cdot I \right)$$

$$* \mathcal{P}(\bar{\Sigma}_2 \rightarrow \bar{\Sigma}_2) = \underbrace{\mathcal{P}(0 \xrightarrow{\text{Liaison}} 1/O)}_{=0} + \underbrace{\mathcal{P}(0 \xrightarrow{\text{Liaison}} 2/O)}_{=0} + \underbrace{\mathcal{P}(\text{peut} \rightarrow \Sigma_2/O)}_{=0} + C_m \cdot \omega_1$$

$\mathcal{P}(\text{int } \Sigma_2) = 0$ (des liaisons parfaites, non glissement de 4/1 et de 4/2).

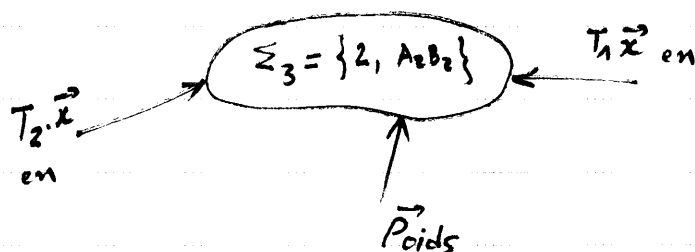
$$* \text{T.E.C} \Rightarrow \frac{dT(\Sigma_2/O)}{dt} = \mathcal{P}(\bar{\Sigma}_2 \rightarrow \Sigma_2)$$

$$\Rightarrow \boxed{C_m = \dot{\omega}_1 \left(m_3 \cdot \frac{D_1^2}{4} + 2I_1 + 36 \cdot n \cdot I \right)} \quad (a)$$

Question 9-1: Comparer les tensions T_1 , T_2 et T_3

$$T_1 < T_2 < T_3$$

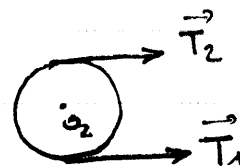
Question 9-2: Isoler Σ_3 , TMD en O_2 en proj sur \bar{y}^3 , deduire T_2 .



$$\text{TMD en } O_2 \rightarrow I_1 \cdot \dot{\omega}_1 = (T_2 - T_1) \cdot \frac{D_1}{2}$$

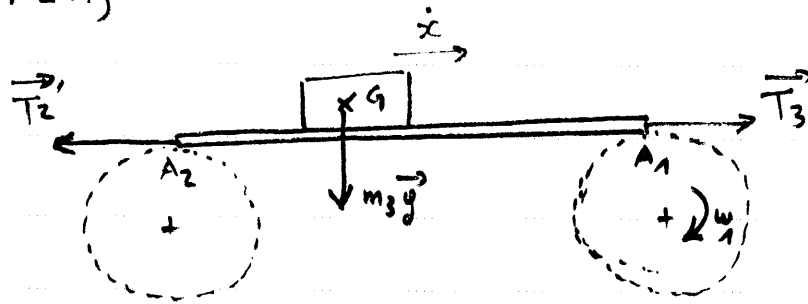
$$\text{Or } T_1 + T_2 = 2T_0 \Rightarrow I_1 \cdot \dot{\omega}_1 = 2(T_2 - T_0) \cdot \frac{D_1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_2 = \frac{I_1}{D_1} \cdot \dot{\omega}_1 + T_0} \quad (b)$$



Question 9-3: Isoler Σ_4 ; TRD / \bar{x} .

$$\Sigma_4 = \{3, A_2 A_1\}$$



$$T_3 - T_2 = m_3 \ddot{x} \Rightarrow \boxed{T_3 = T_2 + m_3 \cdot \frac{D_1}{2} \cdot \dot{\omega}_1} \quad (c)$$

Question 10: Exprimer T_3 en f^{ct} ($T_0, C_m, I_1, D_1, I, n, m_3$)

(b) et (c) $\Rightarrow T_3 = \frac{I_1}{D_1} \dot{\omega}_1 + T_0 + m_3 \cdot \frac{D_1}{2} \cdot \dot{\omega}_1$

et (a) $\Rightarrow T_3 = T_0 + \dot{\omega}_1 \cdot \left(\frac{D_1 m_3}{2} + \frac{I_1}{D_1} \right) = T_0 + \left(\frac{m_3 D_1}{2} + \frac{I_1}{D_1} \right) \frac{C_m}{m_3 \cdot \frac{D_1^2}{4} + 36n \cdot I + 2I_1}$

$$\boxed{T_3 = T_0 + \left(\frac{m_3 D_1}{2} + \frac{I_1}{D_1} \right) \frac{C_m}{m_3 \cdot \frac{D_1^2}{4} + 36n \cdot I + 2I_1}}$$

AUTOMATIQUE

Question 11-1: Pourquoi on appelle ce code "3 parmi 5" ?

Car ce code (à 5 bits) contient 3 bits à "1" et les deux autres bits sont à "0".

Question 11-2: Tableau de Karnaugh de "V".

		$P_2 P_1 P_0$							
		000	001	011	010	110	111	101	100
$P_4 P_3$	00						1		
	01			1		1		1	
	11		1		1				1
	10			1		1		1	

Question 11-3: Justifier l'intérêt de cette technique ds la détection des erreurs.

Une combinaison aléatoire n'a que 10 chances sur 32 de correspondre à un code valide ($C_5^3 = 10$ et $2^5 = 32$)

si cette chance est ratée (càd si le code comporte par exemple 4 "1") on saura qu'il est erroné.

Question 12-1 : Combien faut-il de chiffres binaires pour écrire les nombres de 0 à 9 en binaire naturel ?

$$9 < 2^n \Rightarrow n = 4$$

→ il faut 4 bits pour coder en B.N. les chiffres de 0 à 9.

Question 12-2 : proposer l'expression stricte de $b_2 = f(P_4, P_3, P_2, P_1, P_0)$

Decimal	Code 3 parmi 5					Code binaire naturel			
	P_4	P_3	P_2	P_1	P_0	b_3	b_2	b_1	b_0
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0	0	1
2	0	1	1	0	1	0	0	1	0
3	0	1	1	1	0	0	0	1	1
4	1	0	0	1	1	0	1	0	0
5	1	0	1	0	1	0	1	0	1
6	1	0	1	1	0	0	1	1	0
7	1	1	0	0	1	0	1	1	1
8	1	1	0	1	0	1	0	0	0
9	1	1	1	0	0	1	0	0	1

$b_2 =$ égale à 1 pour les chiffres 4, 5, 6 et 7

$$b_2 = P_4 \cdot \bar{P}_3 \cdot \bar{P}_2 \cdot P_1 \cdot P_0 + P_4 \cdot \bar{P}_3 \cdot P_2 \cdot \bar{P}_1 \cdot P_0 + P_4 \cdot \bar{P}_3 \cdot P_2 \cdot P_1 \cdot \bar{P}_0 + P_4 \cdot P_3 \cdot \bar{P}_2 \cdot \bar{P}_1 \cdot P_0$$

Question 13 : expression simplifiée de b_2 , en supposant que les combinaisons erronées du code 3 parmi 5 n'apparaissent jamais.

puisque elles n'apparaissent jamais je peux leur donner la valeur "0" ou la valeur "1" ds le tableau de K.

b_2	$P_2 P_1 P_0$							
	000	001	011	010	110	111	101	100
00	x	x	x	x	x	0	x	x
01	x	x	0	x	0	x	0	x
$P_4 P_3$ 11	x	1	x	0	x	x	x	0
10	x	x	1	x	1	x	1	x

entrait mixte: les axes de symétries.

$P_4 \bar{P}_3$

$P_4 P_0$

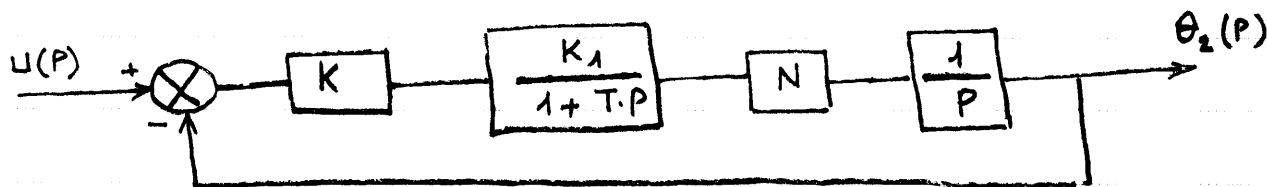
$$b_2 = P_4 \cdot P_0 + P_4 \cdot \bar{P}_3 = P_4 (P_0 + \bar{P}_3)$$

Question 14:

* Génératrice tachymétrique: capteur de vitesse, mesure la vitesse et délivre une tension qui lui est correspondante.

* Capteur potentiométrique: capteur de position (linéaire ou angulaire) mesure la position et donne une tension correspondante.

Question 15: Retracer le schéma bloc. (fig 15)



Question 16-1: exprimer la FTBO, donner ses caractéristiques.

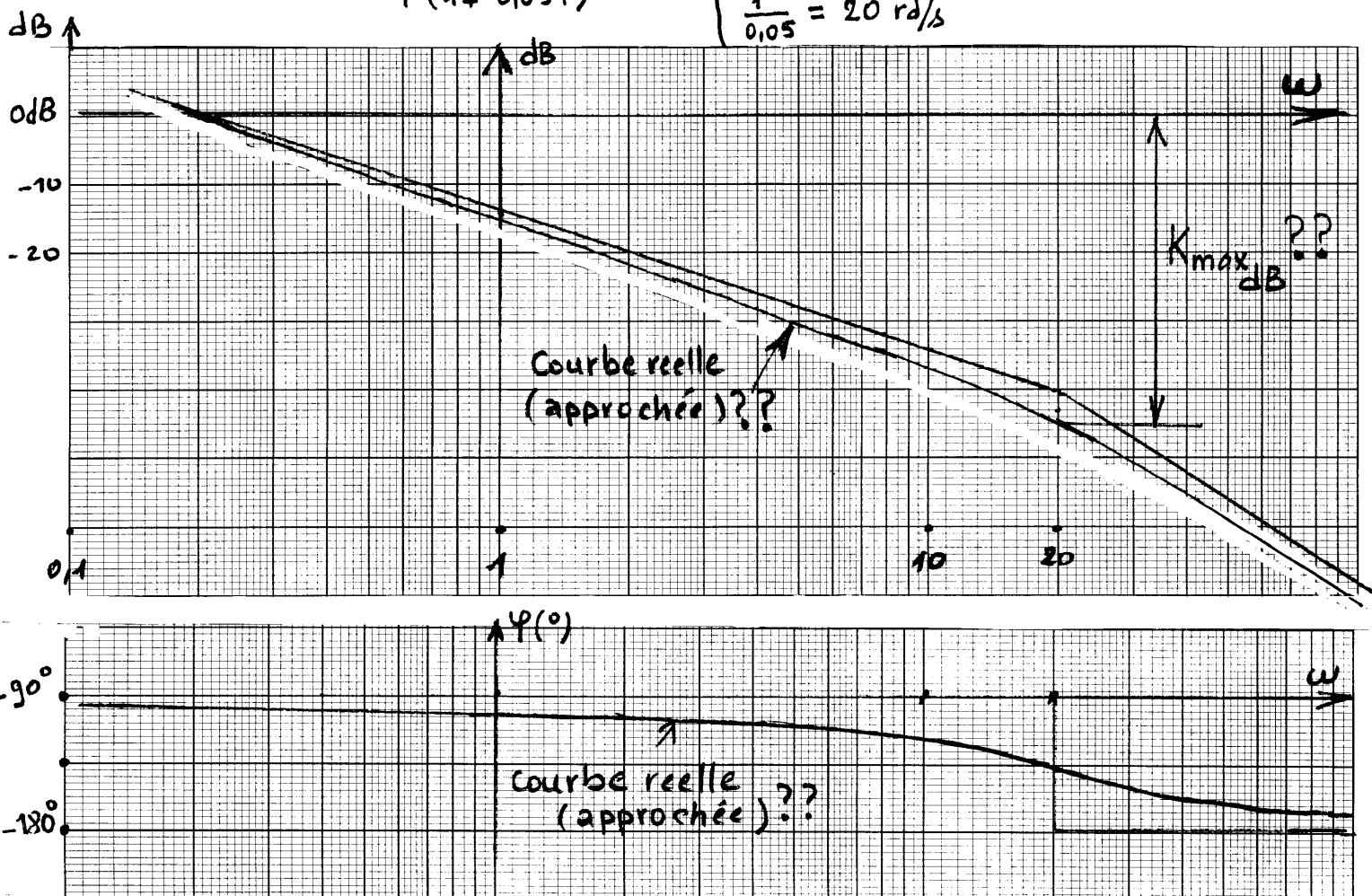
$$FTBO = \frac{K \cdot N \cdot K_1}{P(1+T \cdot P)}$$

{ Ordre : 2
 classe : 1
 Gain stat : $K \cdot K_1 \cdot N$

Question 16-2: Diagrammes de Bode de FTBO (DR2). (K=1).

$$FTBO = \frac{0,2}{P(1+0,05P)}$$

{ $20 \log 0,2 \approx -14 \text{ dB}$
 $\frac{1}{0,05} = 20 \text{ rd/s}$



Question 16-3: ω_a ? MP?

d'après le traçage approché de la courbe réelle du gain on a

$$\omega_a \approx 0,2 \text{ rad/s}$$

$$\text{et } MP \approx 89,5^\circ$$

Question 16-4: Cet asservissement est-il stable.

il est stable car pour ω_a : $\varphi(\omega_a) > -180^\circ$

Question 16-5: valeur de K_{max} pour laquelle $MP = 45^\circ$

$$FTBO = \frac{0,2}{P(1 + \frac{P}{20})} \rightarrow \varphi(\frac{1}{T}) = -135^\circ \rightarrow \varphi(20) = -135^\circ$$

$$\rightarrow \text{Tracé} \Rightarrow K_{max_{dB}} = 45 \text{ dB} \Rightarrow K_{max} = 10^{\frac{45}{20}}$$

$$\Rightarrow K_{max} = 177? \text{ analytiquement } K_{max} = 141,25$$

Question 17-1: Exprimer FTBF en fct (K_1, K, N, T)

$$FTBF = \frac{FTBO}{1 + FTBO} = \frac{KNK_1}{KNK_1 + P + TP^2} = \frac{1}{1 + \frac{P}{KNK_1} + \frac{T}{KNK_1} P^2}$$

$$FTBF = \frac{1}{1 + \frac{P}{KNK_1} + \frac{T}{KNK_1} P^2}$$

Question 17-2:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{KNK_1}{T}}$$

AN
 $K = 100, T = 0,05 \text{ s}, N = 5 \cdot 10^{-2}, K_1 = 4$

$$\xi = 3 = \frac{1}{2\sqrt{KNK_1}}$$

$$\omega_n = 20 \text{ rad/s}$$

$$\xi = \zeta = 0,5$$

Gain statique = 1

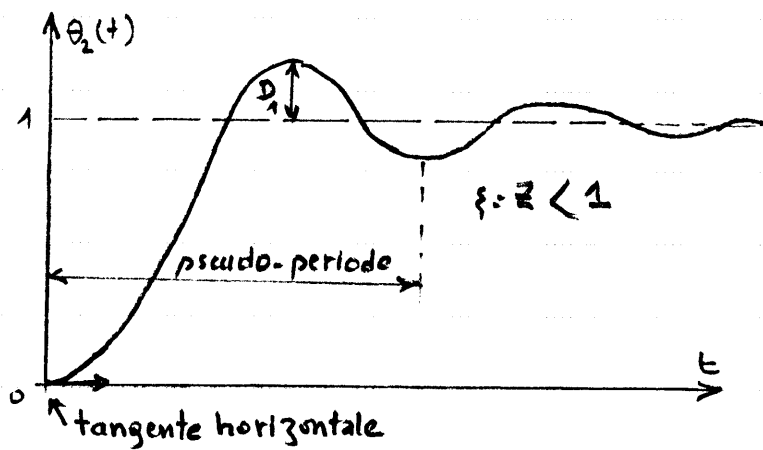
Question 17-3: Donner l'écart statique (démontrer).

$$E(P) = U(P) - \theta_2(P) = U(P)(1 - FTBF) = U(P) \frac{1}{1 + FTBO}$$

$$U(P) = \text{echelon unitaire} = \frac{1}{P} \Rightarrow E(P) = \frac{1}{P} \frac{P(1+TP)}{KNK_1 + P(1+TP)} = \frac{1+TP}{KNK_1 + P(1+TP)}$$

$$E_s = \lim_{P \rightarrow 0} P E(P) = 0 \text{ résultat prévisible car il y a un integrateur dans la boucle ouverte.}$$

Question 17-4: tracer la réponse indicielle.



Question 17-5: Déterminer $t_{5\%}$ (abaque doc 6)

$$\xi = 0,5 \rightarrow T_{5\%} \cdot \omega_n = 5 \Rightarrow t_{5\%} = \frac{5}{\omega_n}$$

$$\omega_n = 20 \text{ rd/s} \rightarrow \boxed{t_{5\%} = 0,25 \text{ s}}$$

Question 18-1: Justifier que le dépassement n'est pas permis.

On desire souder les pièces ; le dépassement entraînera le choc entre l'outil de soudage et les pièces à souder ; le dépassement est donc interdit.

Question 8-2: Les performances sont-elles suffisantes?

Non. L'asservissement précédent n'est pas satisfaisant car il entraîne des dépassements.

Question 18-3: $\xi = z = 1$; K_0 ? ω_{n_0} ? conclusion.

$$z = 1 \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{K_0 K_1}} = 1 \Rightarrow \boxed{K_0 = 25}$$

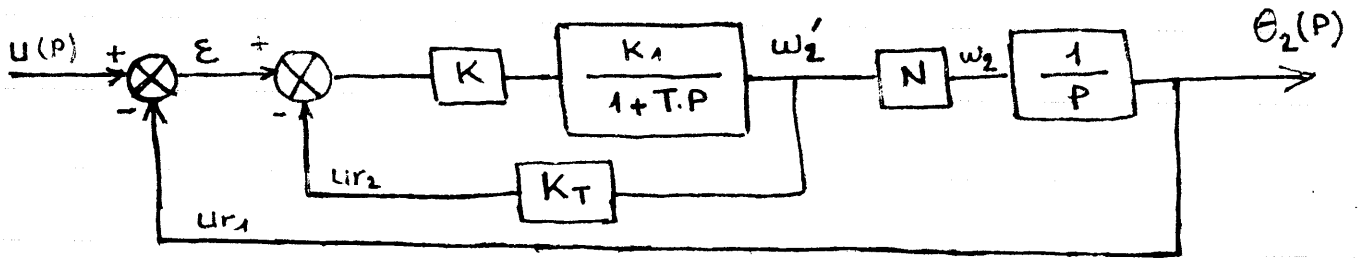
$$\omega_{n_0} = \sqrt{\frac{K_0 K_1}{T}} \Rightarrow \boxed{\omega_{n_0} = 10 \text{ rd/s}}$$

\Rightarrow { la MP augmente (K à diminuer / à Q17)
pas de dépassement ($z = 1$)
 $E_s = 0$ (intégration de la B.O)

Question 18-4: Effet sur la rapidité et l'amortissement.

abaque: { $t_{5\%} = \frac{5}{\omega_{n_0}} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ s} \rightarrow$ moins rapide que précédemment
plus amorti ($z = 1$) que précédemment.

Question 19: schéma bloc (retour tachymétrique).



Question 20.1: FTBF ?

$$H_{Tb\ddot{f}} = \frac{\theta_2(p)}{U(p)} = \frac{H_1 \cdot \frac{N}{p}}{1 + H_1 \cdot \frac{N}{p}} = \frac{NH_1}{p + NH_1} \quad \text{avec } H_1 = \frac{KK_1}{1 + TP + KK_1K_T}$$

$$= \frac{NKK_1}{p + TP^2 + KK_1K_T \cdot p + NKK_1}$$

$$H_{Tb\ddot{f}}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1 + KK_1K_T}{NKK_1} \cdot p + \frac{T}{NKK_1} p^2}$$

Question 20.2: Exprimer ω_{Tn} , ξ_{Tn} en fct (K_T, K, K_1, N, T)

$$\omega_{Tn} = \sqrt{\frac{NKK_1}{T}}$$

reste inchangé / au système sans retour tachymétrique

$$\xi_{Tn} = \frac{1}{2} \frac{1 + KK_1K_T}{\sqrt{T \cdot N \cdot K \cdot K_1}}$$

Question 20-3: L'augmentation du gain K, donc l'amélioration de la rapidité, aura-t-elle un effet néfaste sur l'amortissement ? expliquer.

$$\xi_{Tn} = \frac{1}{2} \frac{1 + KK_1K_T}{\sqrt{T \cdot K \cdot K_1 \cdot N}} \Rightarrow \text{si } K \text{ augmente} \Rightarrow \xi_{Tn} \text{ augmente} \Rightarrow$$

l'augmentation de K permet d'avoir un bon amortissement du système (ici $\xi = 1$)
 → donc bonne stabilité (même si $K \uparrow$).

Question 20-4: Calculer la valeur de K et K_T pour $\omega_{Tn} = 17 \text{ rad/s}$ et $\xi_T = 1$

$$\omega_{Tn} = 17 = 2\sqrt{K} \Rightarrow K = 72,25$$

$$\xi_T = 1 \Rightarrow K_T = 25 \cdot 10^{-4}$$

Question 21:

- Bonne rapidité et $\epsilon_s = 0$.
 - " stabilité
 - Pas de dépassement
- } Choix réussi.